Física 2n de Batxillerat
Enegia i Camp Gravitatori **A**

1.- (3p) Una massa de 2 kg que comprimeix 10 cm una molla de constant k = 1000 N/m queda en llibertat i surt disparada. Observem que la massa s'atura quan ha recorregut 3 m. El sistema es troba en un pla horitzontal.

a) Calcula la variació d'energia mecànica de la massa en el recorregut.
b) Calcula els treballs que han fet el fregament i la molla.
c) Calcula la velocitat amb qué surt disparada la massa.

3.- (3p) Un satèl·lit meteorològic de 300 kg de massa, descriu una òrbita circular geostacionària, de manera que es troba permanentment sobre el mateix punt de l'equador terrestre. Calcula:

a) L'altura del satèl·lit mesurada des de la superfície de la Terra
b) L'Energia que ha calgut subministar-li per tal de posar-lo en òrbita.

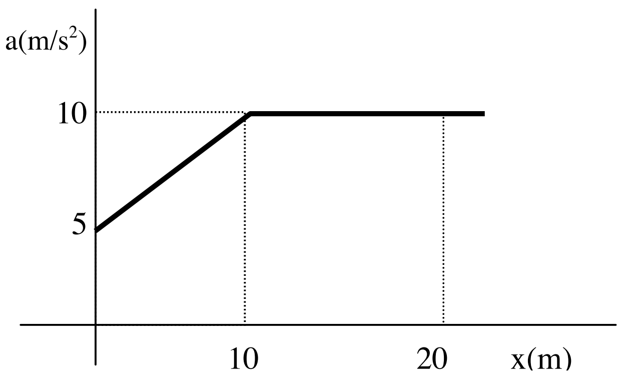
Dades: $G=6.67\cdot10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}, R_T= 6370 km, $M_T=6\cdot10^{24}$

Opció A

A1.- (2p) Un astronauta deixa caure un objecte des d'una alçada d'1 m prop de la superfície d'un planeta desconegut. Observa que triga el doble del que trigaria si fes el mateix experiment a la Terra.

a) Calcula quina relació hi ha entre els valors del camp gravitatori del planeta i el de la Terra.
b) Si el radi del planeta és una tercera part del terrestre, determina quina relació hi ha entre les masses del planeta i de la Terra.

A2.- Una força aplicada a un cos de 2 kg de massa, inicialment aturat, li provoca una acceleració que vé donada per la gràfica. Determina el treball total que ha fet la força i la velocitat final de la massa quan ha recorregut els 20 m.



Opció B

B1.- (2p) En una reacció química, dos àtoms A i B interaccionen i originen la molècula AB. L'àtom A es mou inicialment cap a la dreta ambuna velocitat d'$1.1\cdot10^5$ m/s i l'àtom B va c ap amunt a $3\cdot10^4$ m/s. Si la massa de B és 30 vegades superior a la de A, calcula la velocitat de la molècula resultant de la interacció d'ambdós àtoms.

B2.- (2p) Dues esferes idèntiques estan separades una distància de 100 m des del centres i s'atrauen amb una força gravitatoria d'1 N. Quina és la massa de cada esfera? Quanta energia potencial gravitatoria té una esfera respecte de l'altra?
Dades G.

Solucions. Model A

1.- a) Fem un balanç d'energia mecànica. Al principi, només és potencial elàstica, al final serà zero ja que la massa es troba aturada:

$$\left.\begin{array}{r} E_{Mi} = E_{pi} = \frac{1}{2}k\Delta x^2 \\ E_{Mf} = 0 \end{array}\right\} \underline{\Delta E_M = -5\ J}$$

b) El treball fet pel fregament correspon al de una força no conservativa i el fet per la molla al d'una força conservativa:

$$W_{Ff} = W_{NC} = \Delta E_M = \underline{-5\ J}$$
$$W_{Fe} = W_{FC} = -\Delta E_P = \underline{5\ J}$$

c) Per calcular la velocitat de dispar farem un balanç d'energia cinètica durant el trajecte d'expansió de la molla:

$$v \rightarrow E_{cf}\left\{\begin{array}{l} \Delta E_C = W_{Total} = W_{Ff} + W_{Fe} \\ W_{Ff} = F_f \Delta x \cos 180 \\ W_{Fe} = 5\ J \end{array}\right.$$

Caldrà trobar el valor de la froça de fregament, per fer-ho tindrem en compte el resultat de l'apartat b):

$$F_f = \frac{W}{\Delta x \cos 180} = \frac{-5}{-3} = 1.66\ J$$
$$W_{Ff} = F_f \Delta x \cos 180 = 1.66 \cdot 0.1 \cdot (-1) = -0.166\ J$$

per tant:

$$\Delta E_C = W_{Total} = W_{Ff} + W_{Fe} \Rightarrow E_{cf} = \quad 5 - 0.166 = \underline{4.83\ J}(Eci = 0)$$

3.- Si és un satèl·lit geostacionari vol dir que el seu període de rotació és de 24 h. Per tant de l'equació del període en podem trobar l'alçada:

a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_t + h)^3}{GM}} \Rightarrow h = \sqrt[3]{\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 GM} - R_T = \underline{3.6 \cdot 10^7\ m}$

b) Farem un balanç d'energia mecànica; tindrem en compte que l'energia mecànica del satèl·lit quan es troba en òrbita és la meitat de la seva energia potencial:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta E_M = E_{Mf} - E_{Mi} \\ E_{Mf} = E_{Pf} + E_{Cf} = \frac{1}{2}E_{Pf} = -\frac{GMm}{2(R_T + h)} \\ E_{Mi} = E_{Pi} = -\frac{GMm}{R_T} \end{array}\right\} W = \Delta E_M = -GMm\left[\frac{1}{2(R_T + h)} - \frac{1}{R_T}\right] = \underline{1.7 \cdot 10^{10}\ J}$$

A1.- a) La massa en caure fa un MRUA, per tant:

$$\Delta x = \frac{1}{2} g t^2 \begin{cases} a\ la\ Terra & \Delta x = \frac{1}{2} g_t t_t^2 \\ al\ Planeta & \Delta x = \frac{1}{2} g_p (2t_t)^2 \end{cases}$$

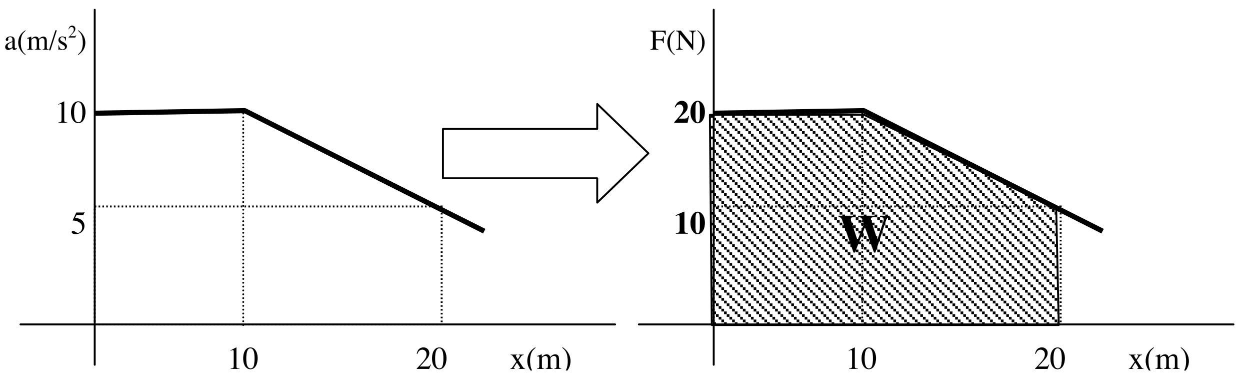
Dividim les dues expressions:

$$1 = \frac{\frac{1}{2} g_t t_t^2}{\frac{1}{2} g_p (2t_t)^2} \Rightarrow \underline{g_p = \frac{g_t}{4}}$$

b) Utilitzant el resultat anterior:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{GM_p}{R_P^2} = \frac{1}{2} \frac{GM_T}{R_T^2} \\ R_P = \frac{1}{3} R_T \end{array} \right\} \underline{M_P = \frac{M_T}{18}}$$

A2.- Com que l'acceleracció és variable, això vol dir que la força també ho és. El treball haurem de calcular-lo, doncs a partir de la integral, o sigui de l'area. Com que la força és igual a la massa per l'acceleració, d'acord amb la segona llei de Newton



El treball total per tant serà:

$$W = S = 10 \cdot 20 + 10 \cdot 10 + \frac{10 \cdot 10}{2} = \underline{350\ J}$$

Com que el treball total és igual a la variació d'energia cinètica i la massa es troba inicialment aturada.

$$W = \Delta E_C = E_{Cf} - E_{Ci} = \frac{1}{2} m v_f^2 = 350\ J \Rightarrow \underline{v_f = 18.7\ m/s}$$

B1.- Es tracta d'un xoc, per tant apliquem el principi de conservació de la quantitat de moviment. Com veiem, en quedar els dos àtoms units, es tracta d'un xoc perfectament inelàstic.

$$\left.\begin{array}{l}\bar{p}_i = m_A(1.1\cdot 10^5,0) + 30m_A(0,3.4\cdot 10^4) = m_A(1.1\cdot 10^5,1.02\cdot 10^6)\ kgm/s \\ \bar{p}_f = (m_A + m_B)(v_x,v_y) = 31m_A(v_x,v_y)\end{array}\right\} m_A(1.1\cdot 10^5,1.02\cdot 10^6) = 31m_A(v_x,v_y)$$

simplifiquem i ens queda:

$$(1.1\cdot 10^5,1.02\cdot 10^6) = 31(v_x,v_y)$$

$$(v_x,v_y) = \frac{1}{31}(1.1\cdot 10^5,1.02\cdot 10^6) = \underline{(3548.3,32903.2)m/s}$$

B2.- Apliquem la llei de la gravitació universal i l'expressió de l'energia potencial de dues masses puntuals:

$$F = \frac{GMM}{d^2} = 1 \Rightarrow M = \sqrt{\frac{100^2}{G}} = \underline{1.22\cdot 10^7 kg}$$

$$E_P = -\frac{GMM}{d} = -Fd = -1\cdot 100 = \underline{-100\ J}$$